1. <u>Système à trois niveaux</u>

Soit un système à trois niveaux, N_1, N_2, *et* N_3. Le pompage s'effectue de N_1 à N_3 et les atomes du niveau 3 sont transférés rapidement dans le niveau 2. La transition laser s'effectue entre les niveaux 2 et 1. Les équations pertinentes s'écrivent maintenant :

$$\frac{dN_2}{dt} = R_p - \Phi B\left(N_2 - N_1\right) - \frac{N_2}{\tau}$$
$$\frac{d\Phi}{dt} = V_a B\Phi\left(N_2 - N_1\right) - \frac{\Phi}{\tau_c}$$
$$N_1 + N_2 = N_t$$

où, dans ce cas ci, $R_p = W_p N_1$. Soit $N = N_2 - N_1$ la différence de population entre les niveaux 2 et 1.

a) Réécrivez les équations ci-dessus en termes de N et N_t.

$$N = N_2 - N_1,\ N_t = N_1 + N_2 \Rightarrow\ N_1 = \frac{N_t - N}{2},\ N_2 = \frac{N_t + N}{2}$$
$$\Rightarrow \frac{dN}{dt} = 2\frac{dN_2}{dt} = 2W_p N_1 - 2\Phi B(N_2 - N_1) - 2N_2/\tau$$
$$= 2W_p(N_t - N) - 2\Phi BN - (N + N_t)/\tau \qquad (1)$$
$$\frac{d\Phi}{dt} = V_a BN\Phi - \Phi/\tau_c \qquad (2)$$

b) Montrez que le seuil pour l'effet laser se produit lorsque $N = N_c = \dfrac{\gamma}{\sigma\ell}$, comme dans le cas à quatre niveaux.

Développement similaire au cas à 4 niveaux :

$$\frac{d\left(I \text{ ou } \Phi\right)}{dt} = \left(\frac{\sigma\ell cN}{L_e} - \frac{\gamma c}{L_e}\right)\left(I \text{ ou } \Phi\right).$$

En comparant avec l'équation (2),

$$B = \frac{\sigma c\ell}{V_a L_e} = \frac{\sigma c}{V},\ \tau_c = \frac{L_e}{\gamma c}.$$

L'effet laser se produit lorsque $N = N_c$ tel que

$$\frac{\sigma\ell cN_c}{L_e} = \frac{\gamma c}{L_e} \Rightarrow N_c = \frac{\gamma}{\sigma\ell}$$

c) Montrez que le taux de pompage seuil s'écrit maintenant

$$R_{pc} = \frac{\gamma}{\sigma \ell \tau}(1+D) \ , \quad D = \frac{\sigma \ell N_t}{\gamma}$$

Tous autres paramètres étant égaux, le taux de pompage seuil est donc plus élevé dans un système à 3 niveaux par rapport à un système à 4 niveaux.

Le taux de pompage seuil est atteint lorsque $\frac{dN}{dt} = 0$ et $\Phi \approx 0$. À partir de (1),

$$\Rightarrow W_p\left(N_t - N_c\right) = W_p N_{1c} = R_{pc} = \left(N_t + N_c\right)/\tau = \frac{\gamma}{\sigma \ell \tau}(1+D),\ D = \frac{\sigma \ell N_t}{\gamma}.$$

d) Montrez que le rendement du laser $\eta_s = \frac{dP_{out}}{dP_p} = \eta_p \left(\frac{\gamma_2}{2\gamma}\right)\left(\frac{h\nu}{h\nu_p}\right)\left(\frac{A_b}{A}\right)$, soit la même expression que pour un système à 4 niveaux. Ce résultat est a priori surprenant puisqu'il y a maintenant des pertes supplémentaires dues à l'absorption des photons laser par les atomes dans le niveau 1. Toutefois, ces atomes sont transférés dans le niveau N_2 et peuvent donc aussi contribuer à l'émission stimulée.

En régime stationnaire, lorsque $R_p > R_{pc}$, l'équation (1) donne

$$2\Phi_0 B N_c = R_p - R_{pc} \ \Rightarrow \ \Phi_0 = \frac{1}{2BN_c}\left(R_p - R_{pc}\right).$$

En utilisant les formules trouvées dans ce qui précède, on obtient

$$\Phi_0 = \frac{V_a \tau_c \gamma(1+D)}{\sigma \tau \ell}\left(\frac{R_p}{R_{pc}} - 1\right) = \frac{A_b \gamma(1+D)}{2\sigma}\left(\frac{\tau_c}{\tau}\right)\left(\frac{R_p}{R_{pc}} - 1\right).$$

On a toujours $P_{out} = \frac{h\nu\gamma_2 c}{2L_e}\Phi_0 \ \Rightarrow \ P_{out} = \left[\frac{A_b(1+D)}{2\sigma}\right]\left(\frac{h\nu}{\tau}\right)\left(\frac{\gamma_2}{2}\right)\left(\frac{P_p}{P_{pc}} - 1\right).$

De même, comme $P_p = \frac{A\ell h\nu_p}{\eta_p} R_p$, $P_{pc} = \frac{A\ell h\nu_p \gamma(1+D)}{2\eta_p \sigma \ell \tau}$.

Finalement, $\eta_s = \dfrac{dP_{out}}{dP_p} = \left[\dfrac{A_b(1+D)}{2\sigma}\right]\left(\dfrac{h\nu}{\tau}\right)\left(\dfrac{\gamma_2}{2}\right)\left(\dfrac{1}{P_{pc}}\right) = \eta_p\left(\dfrac{A_b}{A}\right)\left(\dfrac{h\nu}{h\nu_p}\right)\left(\dfrac{\gamma_2}{2\gamma}\right)$

2. <u>Laser He-Ne</u>

Soit un laser He-Ne dont les caractéristiques sont les suivantes :

Système à quatre niveaux;
$\lambda = 632{,}8$ nm;
$R_1 = 0{,}998$; $R_2 = 0{,}985$;
$L_e = 70$ cm; $\ell = 60$ cm; $A_b = 0{,}5$ mm;
Taux d'émission spontanée : $1{,}4 \times 10^6$ s^{-1};
Taux de recombinaison dû aux collisions : 10^7 s^{-1};
Largeur de bande homogène (profil de Lorentz) : $\Delta\nu_H = 30$ MHz;
Température du gaz : 500 K.

a) La section efficace de transition peut se mettre sous la forme

$$\sigma(\nu) = \sigma^{tot} g(\nu - \nu_0) = \frac{\sigma_{\max}}{g(0)} g(\nu - \nu_0), \quad \int_0^\infty g(\nu - \nu_0)\, d\nu = 1,$$

où $g(\nu - \nu_0)$ représente le profil de Lorentz de la bande homogène. Soit de plus $P(\nu - \nu_0)$ le profil d'élargissement inhomogène, avec $\int_0^\infty P(\nu - \nu_0)\, d\nu = 1$.

Montrez que le coefficient de gain s'écrit alors

$$\alpha_g(\nu) = \sigma^{tot} P(\nu - \nu_0) N_2$$

Dans le cas présent, l'élargissement inhomogène est dû à l'effet Doppler et résulte en un profil de Gauss avec

$$\Delta\nu_I = \frac{\nu_0}{c}\sqrt{\frac{8kT\ln 2}{m_{Ne}}} = 1{,}69 \text{ GHz} \gg \Delta\nu_H .$$

Le profil de Lorentz de l'élargissement homogène peut de ce fait être considéré comme un pic delta de section efficace de transition σ^{tot}. Il suit que

$$\alpha_g(\nu) = \sigma(\nu) N_2 = \sigma^{tot} P(\nu - \nu_0) N_2 .$$

b) Que vaut la différence de population N_c au seuil de l'effet laser si les seules pertes proviennent des miroirs de fin de cavité?

L'effet laser se produira en premier à la fréquence où le gain est maximal, c'est-à-dire en $\nu = \nu_0$, et alors

$\alpha_p = \alpha_g(\nu_0) = \sigma^{tot} P(0) N_c$. Ceci implique que $\sigma^{tot} P(0) N_c \ell = \gamma = \left[-\ln(R_1) - \ln(R_2)\right]/2$. Donc,

$$N_c = \frac{\left[-\ln(R_1) - \ln(R_2)\right]}{2\sigma^{tot} P(0)\ell}.$$

Dans le cas d'un profil de Gauss, $P(0) = \frac{2}{\Delta\nu}\sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}}$, tandis que pour un profil de Lorentz, $g(0) = \frac{2}{\pi\Delta\nu}$. On a donc que $\sigma^{tot} = \sigma_{\max} / g(0) = \sigma_{\max}\pi\Delta\nu/2$, où $\sigma_{\max}$ est donné dans la table distribué en cours : pour un laser He-Ne, $\sigma_{\max} = 3\times10^{-17}\ \mathrm{m}^2$. En mettant tous ces chiffres ensemble, je trouve $N_c = 1{,}8\times10^{16}\ \mathrm{m}^{-3}$.

c) Que vaut l'intensité de saturation I_s en $\nu = \nu_0$?

$I_s = \frac{h\nu}{\sigma_{\max}\tau}$. Dans ce cas ci toutefois, la population N_2 décroit non seulement à cause de l'émission spontanée mais aussi à cause des collisions. On peut écrire

$\frac{1}{\tau} = \Gamma_{sp} + \Gamma_{coll}$. Il suit que $I_s = 1{,}2\times10^5\ \mathrm{Wm}^{-2}$.

d) On bloque l'effet laser en introduisant un obturateur dans la cavité laser. La puissance de pompage est telle que la différence de population non saturée vaut $N_2' = 9\times10^{16}\ \mathrm{m}^{-3}$. Si on enlève l'obturateur, quelle sera la puissance de sortie du laser?

La différence de population non saturée est directement proportionnelle à la puissance de pompage. On peut donc écrire

$$P_{out} = A_b I_s \left(\frac{\gamma_2}{2}\right)\left(\frac{P_p}{P_{pc}} - 1\right) = A_b I_s \left(\frac{\gamma_2}{2}\right)\left(\frac{N_2'}{N_c^{seuil}} - 1\right) = 1{,}8\ \mathrm{mW}.$$