1. À partir de la densité lagrangienne du champ électromagnétique et des équations d'Euler-Lagrange, obtenez la quatrième équation de Maxwell.

2. Soit un lagrangien L exprimé en termes de coordonnées généralisées complexes $q = \alpha\left(q_1 + iq_2\right)$ et $q^* = \alpha\left(q_1^* + iq_2^*\right)$, et des vitesses généralisées $\dot{q} = \alpha\left(\dot{q}_1 + i\dot{q}_2\right)$ et $\dot{q}^* = \alpha\left(\dot{q}_1^* + i\dot{q}_2^*\right)$. Comme L doit être réel, on peut l'exprimer sous une forme générale

$$L = A\dot{q}\dot{q}^* + B\left(q^*\dot{q} + q\dot{q}^*\right) + f\left(q, q^*\right) .$$

   Par commodité, on exige généralement que l'impulsion généralisée p soit également de la forme $p = \alpha(p_1 + ip_2)$, où p_1 et p_2 sont les impulsions associées à q_1 et q_2.

   Montrez que cela impose $p = \left(\dfrac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right)^*$ et $\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

3. Montrez que

$$\frac{1}{4\pi r} = \frac{1}{L^3}\sum_n \frac{\exp\left\{i\vec{k}_n \cdot \vec{r}\right\}}{k_n^2} .$$

   (Truc : écrivez $\dfrac{1}{r} = \lim\limits_{\alpha \to 0} \dfrac{e^{-\alpha r}}{r}$)