Psy1004 – Section 9:

Plans à plusieurs facteurs

Plan du cours:

Disponible sur: http://mapageweb.umontreal.ca/cousined/home/course/PSY1004

Varia

- Rappel: le TP3 est arrivé
  - à faire à deux ou à trois ssi ce ne sont pas les mêmes trois.
  - à remettre le 24 novembre.

9.0: Idée générale des plans factoriels

Soit un médicament "miracle" qui soigne aussi bien la dépression que la schizophrénie.

- Question:
  1. Fonctionne-t-il aussi bien pour les deux maladies?
  2. Le dosage optimal est-il le même pour les deux maladies?
- Pour répondre à 1., il faudrait une expérience avec deux groupes, des dépressifs et des schizo, mais cette expérience ne répondrais pas à 2.
- Pour répondre à 2., il faudrait une expérience avec, disons, trois groupes pour essayer trois dosages possibles, mais elle ne répondrait pas à 1.
- Pas d'autre solution que de tester le médicament sur deux types de maladies **ET** sur trois niveaux de dosage en <u>simultané</u>:

	Dosage (A)		
Maladie (B)	1	2	3
Dépressifs	grp 1	grp 2	grp 3
Schizo	grp 4	grp 5	grp 6

pour un total de 2 x 3 = 6 groupes indépendants.

Quand on manipule plus d'un facteur à la fois, on a un plan d'expérience "factoriel". Chaque facteur peut avoir deux niveaux ou plus. Ici, nous avons un plan noté "2 x 3 à 6 groupes indépendants".

9.1: Nomenclature des plans factoriel

Dès que nous avons des niveaux ou plus d'un facteur, on utilise cette nomenclature, où p dénote le nombre de niveau du premier facteur (A), q, le nombre de niveau du second facteur (B), etc.

Section 8
- <u>Plan *p*</u>: un plan dans lequel un seul facteur est manipulé, ce facteur ayant *p* niveaux. Ex. L'étude des effets du stress sur la mémoire est un plan 5 à 5 groupes indépendants.

Section 9
- <u>Plan *p* x *q*</u>: un plan ayant deux facteurs, chacun avec *p* et *q* niveaux. Ex. l'étude du médicament miracle est un plan 2 x 3 à 6 groupes indépendants, soit Maladie (dépressif, schizo) x Dosage (1 dose, 2 doses, ou 3 doses).

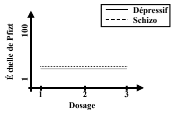
pas ici
- <u>Plan *p* x *q* x *r*</u>: un plan manipulant trois facteurs simultanément, chacun ayant *p*, *q*, et *r* niveaux. Le nombre de groupes sera de *p* x *q* x *r*.

Section 10
- <u>Plan (*p*)</u>: Un seul facteur est manipulé, cependant, les mêmes sujets sont utilisés à tous les niveaux du facteur. Ex. une étude sur le stress où les sujets sont soumis à tous les niveaux de stress (disons sur des jours consécutifs). Il s'agit d'un plan 5 à mesures répétées.
- <u>Plan (*p* x *q*)</u>: Plan où deux facteurs sont manipulés, ayant chacun *p* et *q* niveaux, pour un total de *p* x *q* mesures, toutes sur un seul groupe de sujets, donc à mesures répétées. etc.

9.2: Type de résultats possibles (1/3)

Soit ces résultats fictifs, tirés de l'expérience 2 x 3 à 6 groupes indépendants portant sur le médicament miracle. La V.D (échelle de Pfizt – fictive) indique l'état général du sujet (0: très affecté à 100: normal). Le dosage 1 indique qu'un placebo est administré.

Scénario 1:

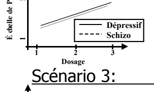


a) Les schizo sont aussi affectés que les dépressifs en général;
b) b) Les dosages ne changent pas l'état des malades (donc, le médicament ne fonctionne pas).

Il s'agit du cas le plus simple: aucun effet ni du type de maladie, ni du dosage sur l'efficacité du médicament. Rien.

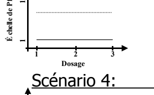
9.2: Type de résultats possibles (2/3)

Scénario 2:



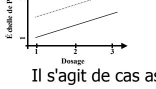
a) Les schizo sont aussi affectés que les dépressifs (pas de différence liée liée au type de maladie)
b) Le dosage change l'état des patients (meilleur au dosage 3). Le médicament est bien tel que proclamé.

Scénario 3:



a) Les schizo sont moins affectés que les dépressifs
b) Le dosage ne change pas l'état des patients (et donc, le médicament ne fonctionne pas).

Scénario 4:

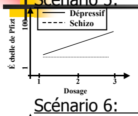


a) Les schizo sont moins affectés que les dépressifs
b) Le dosage change l'état des patients (meilleur au dosage 3). Le médicament fonctionne également pour les deux maladies, mais elles diffèrent sur l'échelle de Pfizt.

Il s'agit de cas assez simples. Un ou l'autre ou les deux facteurs ont un effet qu'on appelle un <u>effet principal</u>. Si les deux ont un effet, ils s'additionnent (i.e. lignes parallèles). On dit qu'il n'y a pas d'interaction.

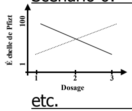
9.2: Type de résultats possibles (3/3)

Scénario 5:



a) Pour les dépressifs, le dosage change l'état des patients
b) Pour les schizo, le dosage n'a aucun effet. Le médicament ne fonctionne que pour une maladie.

Scénario 6:



a) Pour les schizo, le dosage change l'état des patients (et améliore leur conditions).
b) Pour les dépressifs, le dosage change l'état des patients (et empire leur condition!).

etc.

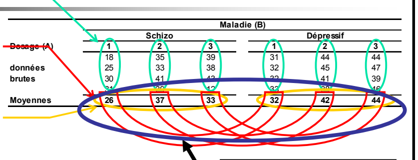
Il s'agit de cas difficiles: Il existe une interaction (i.e. les lignes ne sont pas parallèles). Dans ce cas, il faut interpréter un facteur pour chaque niveau de l'autre facteur (par exemple, interpréter l'effet du dosage séparément pour chaque maladie). Il s'agit d'une décomposition pour obtenir les effets simples du facteur pour chaque niveau de l'autre facteur.

9.3: Répartition de la SC et des dl

Il y a de la variance intra- groupe. Cette variance reflète l'erreur expérimentale $SC_{S|AB}$

Variance entre les moyennes du facteur Dosage. Si l'effet des trois dosages est similaire, la variance entre les niveaux de Dosage devraient refléter l'erreur. Noté SC_A

Variance entre les moyennes du facteur Maladie. Si l'effet du type de maladie est similaire, la variance entre les groupes devraient refléter l'erreur expérimentale. Noté SC_B



Il existe finalement une autre source de variabilité qui n'est pas comptabilisée ni par l'effet A ni par l'effet B: L'interaction, notée SC_{AB}

Dans un plan à deux facteurs *p* x *q*, on obtient toujours 3 ratio F: un par facteur, plus un supplémentaire pour l'interaction des deux.

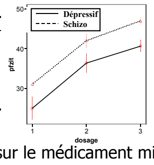
	SC	dl	CM	F
Intergroupe	SC_{inter}	*p q -1*		
Dosage (A)	SC_A	*p - 1*	$SC_A/\ dl_A$	$CM_A/\ CM_{S\|AB}$
Maladie (B)	SC_B	*q - 1*	$SC_B/\ dl_B$	$CM_B/\ CM_{S\|AB}$
Interaction (AxB)	SC_{AB}	*(p - 1)(q - 1)*	$SC_{AB}/\ dl_{AB}$	$CM_{AB}/\ CM_{S\|AB}$
Erreur (S|AB)	$SC_{S\|AB}$	*p q (n - 1)*	$SC_{S\|AB}/\ dl_{S\|AB}$	
Total	SC_T	*n p q -1*		

9.4: Exemple détaillé 1 (1/3)

➔ Détails

	SC	dl	CM	F
Intergroupe				
Dosage (A)	794.33	2	397.17	35.74
Maladie (B)	162.00	1	162.00	14.58
Interaction (AxB)	0.33	2	0.17	0.02
Erreur (S|AB)	133.33	12	11.11	
Total	1090.00	17		

Effet du médicament Miracle sur le bien-être des patients
pour des doses de xx, yy, et zz mg, mesuré sur l échelle de Pfzit.



Voici les résultats hypothétiques d'une étude sur le médicament miracle, appliqué au schizo et dépressif, suivant trois dosages (xx, yy, ou zz mg).

- On semble voir dans le graphique des moyennes (où la maladie 1 est la dépression) qu'il n'y a pas d'interaction car les lignes semblent parallèles.
- De plus, on semble voir que les schizo sont en général mieux que les dépressifs sur l'échelle de Pfizt.
- Par contre, le médicament améliore l'état de tous les patients, peut importe la maladie.
- On s'attend donc à: Pas d'interaction et effets principaux de A et B. Est-ce correct?

9.4: Exemple détaillé 1 (2/3)

- Première étape: Vérifier l'interaction.
  a. Poser les hypothèses:
     - H_0: Pas d'interaction A x B
     - H_1: Interaction A x B
  b. Choisir le seuil
     - 5%
  c. Choisir le test:
     - ANOVA 3 x 2 à 6 groupes indépendants
     - voir résultat des calculs en page précédente
  d. Faire les calculs
     - Le F pour l'interaction est de .02 (plus petit que 1!)
     - La valeur critique dans une table d'ANOVA pour (2,12) dl est de 3.885.
     - L'interaction n'est pas significative (les lignes sont belles et biens parallèles).

9.4: Exemple détaillé 1 (3/3)

- Seconde étape: Vérifier les effets principaux.
  a. Poser les hypothèses:
     H_0: pas d'effet principal de A; | H_0: pas d'effet principal de B;
     H_1: effet principal de A | H_1: effet principal de B
     {i.e. peu importe les niveaux de B sur A et vice versa}
  b. Choisir le seuil: 5%
  c. Choisir le test: le même
  d. Faire les calculs
     - F_A= 35.74, valeur critique pour (2,12) dl est de 3.885, rejet de H_0. | F_B= 14.58, valeur critique pour (1,12) dl est de 4.747, rejet de H_0.

- Interprétation et conclusion générale:
  "Le type de maladie influence significativement le score obtenu sur l'échelle de Pfizt ($\underline{F}(1,12)=14.58$, $\underline{p} < .05$). Les schizo sont en moyenne 6.33 plus haut que les dépressifs. De plus, le dosage améliore significativement l'état des patients ($\underline{F}(2,12)=35.74$, $\underline{p} < .05$). Avec une dose de 3, les patients atteignent 38 en moyenne sur l'échelle de Pfizt alors qu'ils étaient à 28 en moyenne avec le placebo. Finalement, l'interaction Maladie par Dosage n'est pas significative ($\underline{F}(2,12) < 1$).
  Ce médicament traite bel et bien les deux maladies, et de façon aussi efficace."

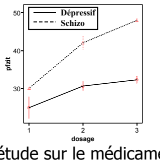
9.5: Exemple détaille 2 (1/3)

Détails

	SC	dl	CM	F
Intergroupe				
Dosage (A)	506.33	2	253.17	32.55
Maladie (B)	512.00	1	512.00	65.83
Interaction (AxB)	86.33	2	43.17	5.55
Erreur (S|AB)	93.33	12	7.78	
Total	1197.99	17		

Effet du médicament Miracle sur le bien-être des patients

pour des doses de xx, yy, et zz mg, mesuré sur l échelle de Pfzit.



Voici les résultats hypothétiques d'une contre-étude sur le médicament miracle, appliqué au schizo et dépressif, suivant trois dosages (xx, yy, ou zz mg).

- On semble voir dans le graphique des moyennes qu'il y a une interaction car les lignes ne semblent pas parallèles.
- De plus, on semble voir que les schizo sont en général mieux que les dépressifs sur l'échelle de Pfizt.
- Par contre, le médicament améliore plus l'état des schizo, mais peut être aussi l'état des dépressifs.
- On s'attend donc à: Une interaction et des effets du dosage chez les schizo et chez les dépressifs (mais moindre). Est-ce correct?

9.5: Exemple détaille 2 (2/3)

- Première étape: Vérifier l'interaction.
  a. Poser les hypothèses:
     - H_0: Pas d'interaction A x B
     - H_1: Interaction A x B
  b. Choisir le seuil: 5%
  c. Choisir le test:
     - ANOVA 3 x 2 à 6 groupes indépendants
     - voir résultat des calculs en page précédente
  d. Faire les calculs
     - Le $\underline{F}$ pour l'interaction est de 5.55
     - La valeur critique dans une table d'ANOVA pour (2,12) dl est de 3.885.
     - L'interaction est significative (les lignes ne sont pas parallèles).
     - À cause de l'interaction, il faut procéder au cas par cas (soit maladie par maladie **OU** dosage par dosage, mais pas les deux. On va faire les effets simples maladie par maladie ➔

	SC	dl	CM	F
Dosage chez les dépressifs (A|B1)	88.67	2	44.34	5.70
Dosage chez les schizo (A|B2)	504.00	2	252.00	32.40
Erreur (S|AB)	93.33	12	7.78	

9.5: Exemple détaille 2 (3/3)

- Seconde étape: Vérifier les effets simples.
  a. Poser les hypothèses:
     H_0: pas d'effet simple de A chez les dépressifs; | H_0: pas d'effet simple de A chez les schizo;
     H_1: effet simple de A chez les dépressifs (B_1); | H_1: effet simple de A chez les schizo (B_2);
  b. Choisir le seuil: 5%
  c. Choisir le test: décomposition des effets simples du dosage selon maladie.
  d. Faire les calculs
     - $F_{A|B1} = 5.70$ | $F_{A|B2} = 32.40$,
     - Valeur critique pour (2,12) dl = 3.885, rejet de H_0.
- Interprétation et conclusion générale:

"Les effets du dosage varient selon le type de maladie ($\underline{F}(2,12)=5.55$, $\underline{p} < .05$). Pour cette raison, nous analysons les résultats séparément pour chaque type de maladie. Chez les dépressifs, le médicament améliore significativement la condition des patients ($\underline{F}(2,12)=5.70$, $\underline{p} < .05$). Le score sur l'échelle de Pfizt passe de 25 à 32.7. Chez les schizo, le médicament améliore aussi significativement la condition des patients ($\underline{F}(2,12)=32.40$, $\underline{p} < .05$), leur score passant de 30 à 48. L'amélioration est significativement plus grande chez ces derniers.
Ce médicament traite bel et bien les deux maladies, mais de façon inégale."

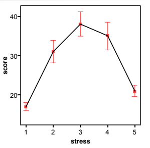
9.6: Arbre de décision

- Interaction F_{AB} significative?
  - Non (cas simple):
    - Interpréter les effets principaux F_A, F_B un à la suite de l'autre (ils sont déjà dans le listing);
    - Rapporter le F_{AB} non significatif à la fin de l'interprétation.
  - Oui (cas compliqué):
    - Rapporter le F_{AB} significatif dès le début de l'interprétation;
    - Choisir si on décompose suivant A ou suivant B;
    - Faire une nouvelle commande SPSS pour les effets simples
    - Interpréter les effets simples un à un (si selon A: $F_{A|B1}$, $F_{A|B2}$, … $F_{A|Bq}$).

9.7: Comparaisons de moyennes plan à un facteur (1/4)

Effet du stress sur la mémoire

pour 5 niveaux de stress sur un test de rappel de mots.



Soit l'exemple du cours précédent

- Effet du stress sur la mémoire.
- Plan p à 5 groupes indépendants.
- Les données sont les suivantes ➔
- et le tableau d'ANOVA donne:

	SC	dl	CM	F
Stress (A)	1636.00	4	409.00	12.32
Erreur (S|A)	664.00	20	33.20	
Total	2300.00	24		

Combien de sujets par groupe?

Conclusion:

"Le stress a un effet significatif sur la mémoire lors d'une tâche de rappel de mots ($F(4,20) = 12.32$, $p < .05$). Avec un stress moderé, les performances sont meilleurs qu'avec une absence de stress (38 mots rappelé vs. 17)."

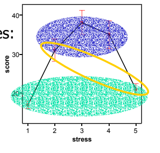
Questions:

- Est-ce qu'un stress élevé est pire que pas de stress du tout?
- Pour le savoir, il faut faire un test a posteriori (post hoc) de comparaisons de moyennes (ici, nous verrons la méthode de Tukey).

9.7: Comparaisons de moyennes plan à un facteur (2/4)

Effet du stress sur la mémoire

pour 5 niveaux de stress sur un test de rappel de mots.



Comparaisons de moyennes à posteriori:

1. Faire un table des différences entre les moyennes:

	niveaux			
niveaux	**2**	**3**	**4**	**5**
1	14 *	21 *	18 *	4
2		7	4	10
3			3	17 *
4				14 *

2. Appliquer le test de Tukey, qui est de la forme:

$$\text{rejet de } H_o \text{ si } \left|\bar{\mathbf{X}}_r - \bar{\mathbf{X}}_s\right| > s(\alpha)\sqrt{\frac{CM_e}{N}}$$

dans lequel N est le nombre de sujets dans chaque groupe testé, CM_e est le terme d'erreur dans le tableau d'ANOVA. La valeur critique $s(\alpha)$ se lit dans une table *Studentized Range* avec (nombre de moyennes testés, dl_e) degrés de libertés.

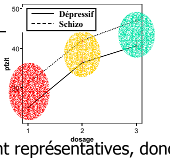
3. Ici, on obtient $CM_e = 33.20$, N = 5, et dl = (5,20) d'où $s(\alpha) = 4.23$; le terme de droite devient donc $s(\alpha)\sqrt{\frac{CM_e}{N}} = 4.23\sqrt{\frac{33.2}{5}} = 4.23 \times 2.58 = 10.91$

9.7: Comparaisons de moyennes: plan à deux facteurs sans interaction (3/4)

	SC	dl	CM	F
Intergroupe				
Dosage (A)	794.33	2	397.17	35.74
Maladie (B)	162.00	1	162.00	14.58
Interaction (AxB)	0.33	2	0.17	0.02
Erreur (S|AB)	133.33	12	11.11	
Total	1090.00	17		

Effet du médicament Miracle sur le bien-être des patients

pour des doses de xx, yy, et zz mg, mesuré sur l échelle de Pfzit.



Les moyennes de chaque groupe sont:

	Dosage			
maladie	**1**	**2**	**3**	***moyenne***
1	24.0	36.3	41.7	***34.0***
2	31.0	42.0	48.0	***40.3***
moyenne	***27.5***	***39.2***	***44.9***	

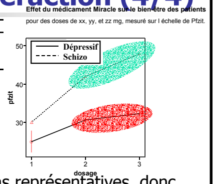
Puisqu'il n'y a pas d'interaction, les marges sont représentatives, donc on ne compare les moyennes que d'une marge (bas ou droite):

Ici, on obtient $CM_e = 11.11$, N = 6, et dl = (3,12) d'où $s(\alpha) = 3.77$; le terme de droite devient donc $s(\alpha)\sqrt{\frac{CM_e}{N}} = 3.77\sqrt{\frac{11.1}{6}} = 3.77 \times 1.36 = 5.13$

	niveaux	
niveaux	**2**	**3**
1	11.7 *	17.4 *
2		5.7 *

9.7: Comparaisons de moyennes: plan à deux facteurs avec interaction (4/4)

	SC	dl	CM	F
Dosage chez les dépressifs (A|B1)	88.67	2	44.34	5.70
Dosage chez les schizo (A|B2)	504.00	2	252.00	32.40
Erreur (S|AB)	93.33	12	7.78	



Les moyennes de chaque groupe sont:

	Dosage			
maladie	1	2	3	*moyenne*
1	24.0	30.6	32.3	***29.0***
2	30.0	42.0	48.0	***40.0***
moyenne	***27.0***	***36.3***	***40.2***	

Puisqu'il y a interaction, les marges ne sont pas représentatives, donc on doit comparer les moyennes dépendamment de la maladie:

Ici, on obtient CM_e= 7.78, N = 3, et dl = (3,12) d'où s(α) = 3.77; le

terme de droite devient donc $s(\alpha)\sqrt{\frac{CM_e}{N}} = 3.77\sqrt{\frac{7.78}{3}} = 3.77 \times 1.61 = 6.07$

Schizo	niveaux	
niveaux	2	3
1	6.6 *	8.3 *
2		1.7

Dépressifs	niveaux	
niveaux	2	3
1	12.0 *	18.0 *
2		6.0